

Sensitivitätsbewertung adaptronischer Systeme bezüglich streuender Konstruktions- und Umgebungsparameter

Sensitivity Evaluation of Adaptive Systems with respect to scattering Design and Environment Parameters

Soong-Oh Han, Dr.-Ing. Kai Wolf, Prof. Dr.-Ing. Holger Hanselka,
Technische Universität Darmstadt
Dr.-Ing. Thilo Bein, Fraunhofer Institut für Betriebsfestigkeit und
Systemzuverlässigkeit LBF, Darmstadt

Kurzfassung

Die quantitative Analyse dominanter Umgebungs- und Konstruktionsparameter bezüglich der betrachteten Systemgröße ist für die Bestimmung der Zuverlässigkeit komplexer adaptronischer Systeme unumgänglich. Hierzu können sowohl simulations- als auch experimentell basierte Verfahren der Sensitivitätsanalyse eingesetzt werden. In diesem Beitrag wird ein entsprechender Ansatz vorgestellt, wobei ein besonderer Schwerpunkt auf verschiedene Bewertungsmaße der simulationsbasierten Sensitivitätsanalyse gelegt wird. Als Beispielstruktur wird das dynamische Verhalten eines Systems zur Schwingungsisolation bestehend aus passiven und aktiven Dämpfungselementen analysiert und die spezifischen Anforderungen eines adaptronischen Systems im Rahmen einer Sensitivitätsuntersuchung erläutert.

1. Einleitung

Die Entwicklung adaptronischer Systeme, d.h. mechanischer Strukturen mit integrierten Aktoren, Sensoren und einer adaptiven Regelstrategie, ist Bestandteil vieler aktueller Forschungsarbeiten mit dem Ziel neue viel versprechende Ansätze zur Lösung technischer Fragestellungen wie bspw. Schwingungsreduktion, Nanopositionierung oder Health Monitoring zu entwickeln. Hierbei werden Umgebungsparameter wie Temperatur, Feuchtigkeit, mechanische Lasten und Randbedingungen zumeist als konstant betrachtet. Im Allgemeinen kann allerdings nicht ausgeschlossen werden, dass kleine Variationen in den Eingangsgrößen eine große Veränderung des dynamischen Systemverhaltens und der mechanischen und elektrischen Lasten bewirken. Eine quantitative Analyse zur Bestimmung der Einflüsse dieser streuenden Parameter auf die geforderte Systemperformance ist zur Bewertung der Zuverlässigkeit eines adaptronischen Systems unabdingbar.

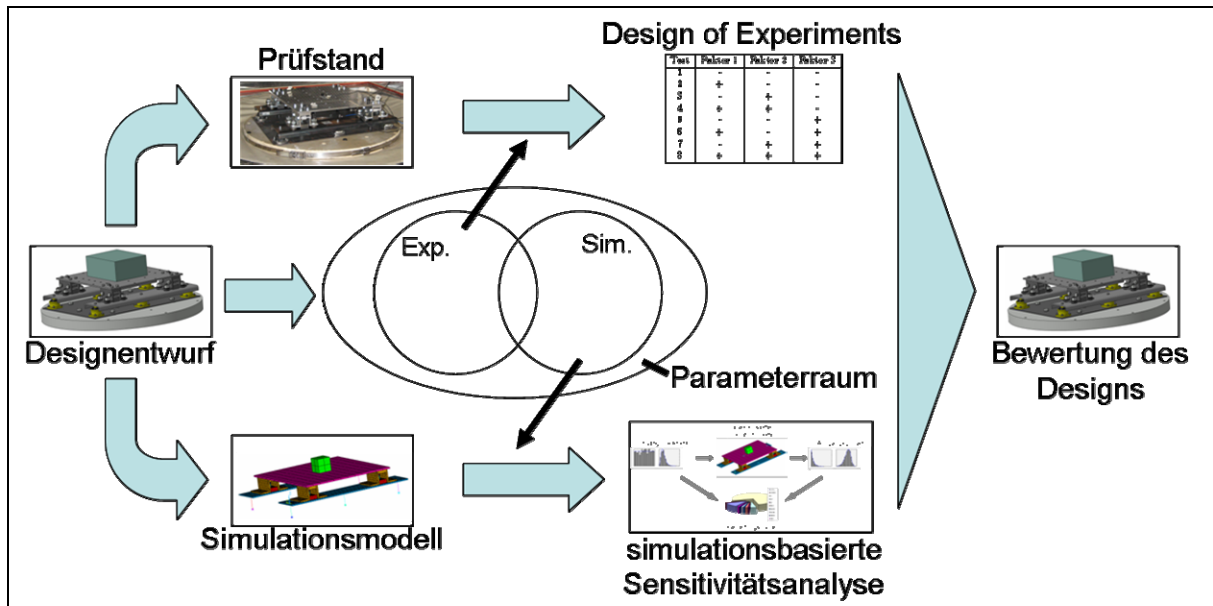


Bild 1: Ablauf einer Einflussgrößenanalyse zur Bewertung der Zuverlässigkeit eines adaptiven Systems

Hierzu eignen sich Verfahren der simulationsbasierten und experimentellen Sensitivitätsanalyse. Der grundsätzliche Ablauf einer derartigen Untersuchung der Einflussgrößen ist in Bild 1 skizziert.

Der Einsatz adaptiver Strukturen eignet sich zur Lösung komplexer Systemanforderungen, bspw. der Reduktion von Bauteilschwingungen über einen breiten Frequenzbereich unter Berücksichtigung stark streuender Randbedingungen. Dies lässt einen adaptiven Ansatz mit integrierter Sensorik, Aktorik und Regelung sinnvoll erscheinen. Hieraus wird ein Design generiert und dieses als Simulationsmodell sowie als Prüfstand realisiert. Gleichzeitig wird bedingt durch das Design und die Systemanforderungen ein Raum potentieller Einflussgrößen aufgespannt. Dieser wird unterteilt in Untermengen von Parametern, deren Einflüsse experimentell (Temperatur, Erregungsamplitude) bzw. numerisch (Geometrien, Materialparameter) erfasst werden können. Gegebenenfalls existiert eine weitere Menge an Parametern, die sich einer systematischen Analyse entziehen.

Zur Bewertung der experimentell implementierbaren Eingangsparameter werden Verfahren der statistischen Versuchsplanung (engl.: Design of Experiments) herangezogen. Hierbei können mit einem geeigneten Regressionsmodell das Systemverhalten außerhalb der erfassten Parametereinstellungen und der Einfluss einzelner Eingangsgrößen auf die Streuung des Gesamtsystems bestimmt werden. Da im Rahmen dieser Arbeit etablierte Methoden der statistischen Versuchsplanung verwendet wurden, wird zur Erläuterung der zugehörigen Verfahren und Begriffe auf einschlägige Literatur, z.B. [1], [2] verwiesen.

Zur Untersuchung von Parametern, die innerhalb einer Simulationsumgebung abzubilden sind, werden simulationsbasierte Sensitivitätsanalysen verwendet, wobei zumeist Monte-Carlo-Sampling Techniken zur Abbildung der Streuungen eingesetzt werden. Der Zusammenhang zwischen Ein- und Ausgangsgrößen wird über ein zu bestimmendes Rechenmaß bewertet.

Kombiniert ermöglichen die experimentellen und numerischen Untersuchungen eine Bewertung der Zuverlässigkeit des Designs (Bild 1) in dem bezüglich der Systemanforderungen unzulässige Wertebereiche von Eingangsgrößen identifiziert werden. Hieraus lassen sich weiterhin Materialtoleranzen, Wirkungsbereiche und Optimierungspotentiale ableiten.

Im folgenden Kapitel wird der verwendete Ansatz einer simulationsbasierten Sensitivitätsanalyse vorgestellt, verschiedene gängige Bewertungsmaße diskutiert und spezifische Anforderungen an das Modell eines adaptiven Systems im Rahmen einer Sensitivitätsuntersuchung erläutert. In Kapitel 3 wird die Beispielstruktur bestehend aus einem System zur Schwingungsisolation empfindlicher Bauteile vorgestellt und die Ergebnisse der durchgeführten Analysen präsentiert. Abschließend wird neben einer Zusammenfassung ein Ausblick auf zukünftige Forschungsarbeiten zum Gebiet der Einflussgrößenanalyse adaptiver Systeme gegeben.

2. Simulationsbasierte Sensitivitätsanalyse

Die unterschiedlichen Methoden und Verfahren, die unter dem Begriff Sensitivitätsanalyse zusammengefasst werden, untersuchen im Allgemeinen den Zusammenhang zwischen Ein- und Ausgangsgrößen eines Systems und werden im Rahmen von Optimierungen, System- und Robustheitsbewertungen angewendet. Eine detaillierte Übersicht und Anwendungsbeispiele finden sich in [3] und [4].

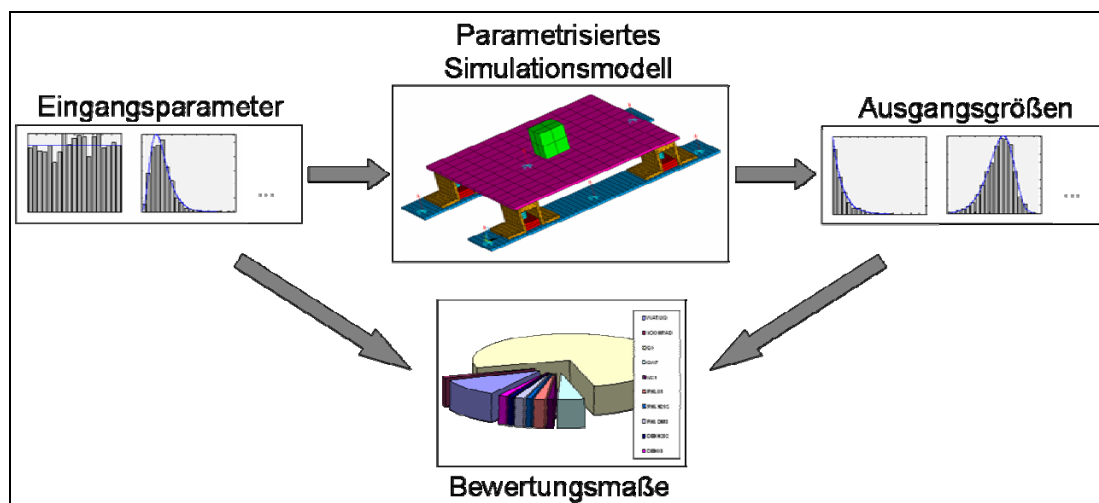


Bild 2: Ablauf einer Sensitivitätsanalyse

Anhand des Ablaufplans (Bild 2) werden die prinzipiellen Schritte erläutert. Am Anfang steht die Definition der Eingangsgrößen. Diese setzen sich im Allgemeinen aus gestreuten Größen mit zugehörigen Verteilungsdichtefunktionen zusammen. In Abhängigkeit von der Zielsetzung der Sensitivitätsanalyse werden diese Streuungen in Form von Parametersets abgebildet. Für quantitative Analysen ist eine sehr genaue Modellierung der Dichtefunktionen erforderlich, was in der Regel mit Hilfe von Monte-Carlo-Techniken bewältigt werden kann. Hierbei werden Zufallszahlengeneratoren zur Festlegung einer großen Anzahl von Parametersets verwendet.

Soll die Sensitivitätsanalyse lediglich eine qualitative Bewertung der Einflussgrößen liefern, genügt eine grobe Rasterung der zugehörigen Wertebereiche. Hierzu existieren Methoden, bspw. Morris Screening [5], wobei alle potentiell dominanten Parameter eines Modells identifiziert werden und hierfür eine geringe Anzahl an Modellrechnungen benötigt wird.

Diese definierten Wertekombinationen der Eingangsvariablen werden dem parametrisierten Simulationsmodell zur Berechnung übergeben. Dabei muss das zugrunde liegende Modell in der Lage sein, eine gegebenenfalls kontinuierliche Einstellung der untersuchten Größen zuzulassen, was bspw. bei Finite Element Modellen mit diskreten Knotenpunkten zu einer Erhöhung des Modellierungsaufwands führen kann. Die berechneten Ausgangsgrößen unterliegen entsprechend den Eingangsparametern einer gewissen Streuung. Anhand der Simulationsergebnisse und der zugehörigen statistischen Momente können verschiedene Maße der Sensitivität berechnet werden, die eine Bewertung der Eingangsparameter bezüglich ihres Einflusses auf die betrachtete Ausgangsgröße ermöglichen.

Bewertungsmaße

Die einfachsten Bewertungsmaße zur Beurteilung der Sensitivität einer Systemgröße basieren auf der Berechnung der Gradienten

$$\frac{\delta Y}{\delta X_i} \quad (1)$$

mit den Bezeichnungen

- Y : Ausgangsgröße,
- X_i : i -ter Eingangsparameter,
- $i = 1, \dots, n$ und
- n : Anzahl Eingangsparameter.

Der wesentliche Vorteil dieser Maße besteht in der leichten Berechenbarkeit. Hierbei kann allerdings lediglich ein lokaler Bereich innerhalb des definierten Parameterraums betrachtet werden. Eine globale Bewertung ist bspw. über Korrelationskoeffizienten der Form

$$S_{P,i} = \frac{\sum_{j=1}^r (X_{i,j} - E(X_i))(Y_j - E(Y))}{\sqrt{\sum_{j=1}^r (X_{i,j} - E(X_i))^2} \sqrt{\sum_{j=1}^r (Y_j - E(Y))^2}} \quad (2)$$

möglich mit den Bezeichnungen

$X_{i,j}$: Wert von X_i bei j -ter Durchrechnung,

$E(X_i)$: Erwartungswert von X_i .

Neben einer globalen Bewertung können hier auch die Art der Streuungen in den Eingangsparametern berücksichtigt werden. Weitere Vorteile bestehen in der Implementierung und somit einfachen Verfügbarkeit innerhalb kommerzieller CAE Programme. Wesentlicher Nachteil neben der hohen benötigten Anzahl an Modell-durchrechnungen besteht in der Mehrdeutigkeit der ermittelten Werte. Beispielsweise werden rein stochastische oder quadratische und andere nichtlineare Zusammenhänge nicht als solche identifiziert und können zu Fehlinterpretationen führen [6].

Varianzbasierte Sensitivitätsmaße hingegen erlauben eine eindeutige quantitative globale Bewertung linearer (first order effects) und nichtlinearer (higher order effects) Einflüsse von Eingangsparametern. Gleichzeitig können unter gegebenen Bedingungen die Anzahl der benötigten Berechnungen im Vergleich zu einer Monte-Carlo-Analyse reduziert werden. Die hier verwendeten Maße sind wie folgt definiert:

$$S_{H_i} = \frac{\text{Var}[E(Y|X_i)]}{\text{Var}[Y]} \quad \text{und} \quad (3)$$

$$S_{T_i} = 1 - \frac{\text{Var}[E(Y|\mathbf{X}_{-i})]}{\text{Var}[Y]}, \quad (4)$$

mit den Bezeichnungen

S_{H_i} : Haupteffekt von X_i ,

S_{T_i} : Totaleffekt von X_i ,

\mathbf{X}_{-i} : alle Eingangsparameter ohne X_i ,

$\text{Var}[Y]$: Varianz von Y .

Der Ausdruck $\text{Var}[Y|X_i=x_i^*]$ bezeichnet die bedingte Varianz von Y , unter der Voraussetzung dass dem Parameter X_i der Wert x_i^* zugeordnet wird. Berücksichtigt man den gesamten möglichen Werteraum von x_i^* , ist ein vom jeweiligen Wert unabhängiges Maß durch den Ausdruck $E(\text{Var}[Y|X_i])$ gegeben. Mit dem Gesetz der totalen Varianz

$$\text{Var}[Y] = E(\text{Var}[Y|X_i]) + \text{Var}[E(Y|X_i)] \quad (5)$$

ist zu erkennen, dass ein kleiner Wert von $E(\text{Var}[Y|X_i])$ bzw. ein großer Wert von $\text{Var}[E(Y|X_i)]$ einen großen Einfluss des Parameters X_i auf die Ausgangsgröße Y impliziert. Somit berechnet der Haupteffekt (Gl. (3)) die zu erwartende relative Menge an Varianz, die bei gegebenem Parameter X_i von der Gesamtvarianz $\text{Var}[Y]$ subtrahiert wird. Der Ausdruck

$$V_i = \text{Var}[E(Y | X_i)] \quad (6)$$

wird auch als *first-order* oder *direkter* Effekt bezeichnet. Zur Betrachtung gekoppelter Effekte der Parameter X_i und X_j wird mittels einer Varianzdekomposition [7]

$$\text{Var}[Y] = \sum_i V_i + \sum_i \sum_{j>i} V_{ij} + \dots + V_{12\dots k} \quad (7)$$

der Term V_{ij} unter Verwendung der bedingten Varianz $\text{Var}[E(Y|X_i, X_j)]$ wie folgt definiert:

$$V_{ij} = \text{Var}[E(Y | X_i, X_j)] - \text{Var}[E(Y | X_i)] - \text{Var}[E(Y | X_j)] \quad (8)$$

Entsprechend werden die Koppelwirkungen höherer Ordnung beschrieben. Der Totaleffekt (Gl. (4)) bezeichnet den gesamten Beitrag des Parameters X_i auf die Varianz der Ausgangsgröße in dem alle zugehörigen Effekte erster und höherer Ordnung summiert werden.

Zur Berechnung der Haupt- und Totaleffekte und der zugehörigen Integralterme können Monte-Carlo-Sampling Verfahren angewendet werden. Andere effizientere Algorithmen werden in [7] und [8] beschrieben und in aktuellen Arbeiten weiterentwickelt (bspw. [9]). Eine Implementierung in Spezialsoftware [10] und [11] realisiert.

Eine Einschränkung dieser Maße stellt die grundlegende Annahme dar, dass das gesamte Streuverhalten allein durch die Varianz der Ein- und Ausgangsgrößen bewertet wird und statistische Momente höherer Ordnung unberücksichtigt bleiben.

Modellierung adaptiver Systeme

Im Zuge einer simulationsbasierten Sensitivitätsanalyse wird ein genaues Rechenmodell des zu untersuchenden Systems zugrunde gelegt. Daher sollen in diesem Abschnitt einige spezifische Aspekte der Modellierung adaptiver Systeme dargelegt werden. Detailliertere Erläuterungen sind in [12] zu finden.

Das Simulationsmodell muss die wesentlichen Elemente eines adaptiven Systems, Struktur, Sensorik, Aktorik und Regelstrategie, detailliert abbilden, so dass eine entsprechende Analyse durchgeführt werden kann. Hierzu sind bspw. die konstitutiven Gleichungen der eingesetzten multifunktionalen Materialien im Modell zu berücksichtigen.

Zudem darf das Strukturmodell lediglich über eine geringe Anzahl an Freiheitsgraden verfügen, so dass eine Integration in eine Softwareumgebung zur Regelungssimulation möglich ist. Wird die Strukturmodellierung unter Verwendung der Finite Elemente Methode abgebildet, ist eine Modellreduktion erforderlich. Hierbei eignen sich in vielen CAE Programmen

integrierte Standardverfahren wie z.B. Guyan-basierte Methoden [13] oder Modalzerlegung nur bedingt. Die Approximationsgüte des dynamischen Verhaltens der reduzierten Modelle ist meist nicht zufrieden stellend, die Verfahren rechenaufwändig und schlecht in eine Simulationsprozesskette integrierbar. Weiterhin ist eine Anwendung auf Differential-Algebraische Gleichungssysteme die bei Betrachtung multiphysikalischer Modelle entstehen können nicht möglich. Als vorteilhaft haben sich Krylov-Unterraummethoden [14] erwiesen. Hiermit können stark reduzierte Modelle mit sehr hoher Approximationsgüte bei gleichzeitig geringer Rechenzeit generiert werden. Entsprechende Algorithmen sind in [15] implementiert. Ein gemeinsamer Nachteil der oben genannten Verfahren besteht in der fehlenden Möglichkeit einer Fehlerabschätzung der reduzierten Modelle.

Wird ein adaptives System unter Berücksichtigung oben genannter Punkte modelliert, so können im Zusammenhang mit der Variation der Strukturparameter und aus der Regelung resultierenden Rückkopplungstermen nichtlineare Effekte der Einflussgrößen erwartet werden. Um diese im Rahmen einer quantitativen Sensitivitätsanalyse zu berücksichtigen, muss auf die Berechnung geeigneter Größen, wie z.B. die varianzbasierten Bewertungsmaße, zurückgegriffen werden.

3. Analyse eines Systems zur Schwingungsisolation empfindlicher Bauteile

Als Beispielsystem wird ein Demonstrator zur Schwingungsisolation empfindlicher Bauteile betrachtet (Bild 3). Dieser besteht aus einer Grundplatte zur Befestigung auf einem Shakerprüfstand, sechs passiven Elastomerdämpfern, zwei Schienen auf denen vier aktive Lagereinheiten mit integrierten Piezoaktoren befestigt sind und einer Platte zur Aufnahme eines Blocks, der zur Abbildung der Masse und des Schwerpunkts des zu isolierenden Bauteils verwendet wird.

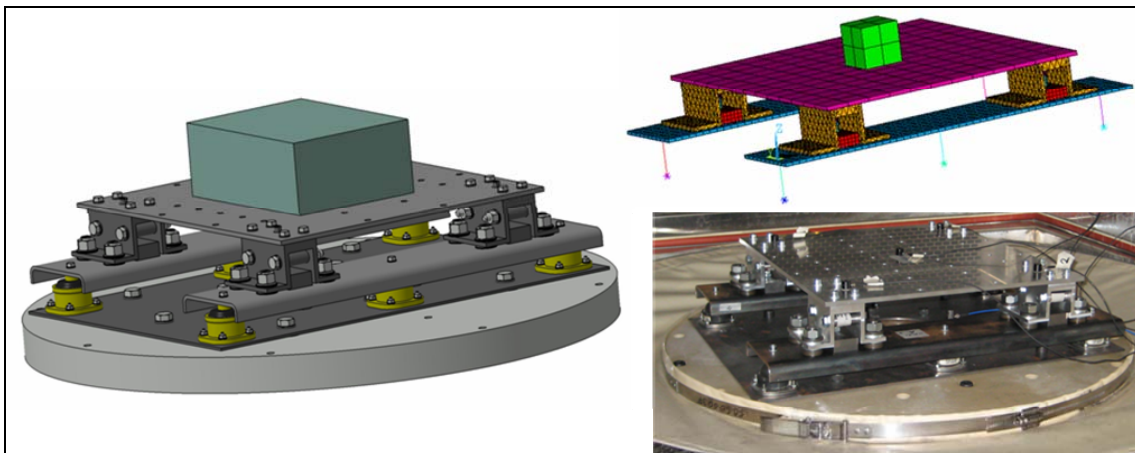


Bild 3: CAD & FE Modell des Demonstrators zur Schwingungsisolation empfindlicher Bauteile und Aufbau auf Shakerprüfstand

Im zugehörigen Finite Elemente Modell sind die Dämpfereinheiten als masselose Elemente abgebildet. Die Masse des zu isolierenden Bauteils wird über eine virtuelle Dichte und die Störgrößen über Fußpunktanregungen der Dämpferelemente realisiert.

Zweck der Untersuchungen anhand des Demonstrators ist die Erarbeitung einer Systematik, in der die Einflüsse variierender Umgebungs- und Konstruktionsparameter (Form und Amplituden des Anregungsspektrums, Temperatur, Bauteilmasse und -schwerpunkt, Materialien) auf die komplexe Zielgröße, eine geregelten Reduktion der Bauteilschwingungen, quantitativ erfasst werden können und somit eine Zuverlässigkeitsaussage des adaptiven Systems erlauben.

Hierzu muss im ersten Schritt eine detaillierte Einflussgrößenanalyse der Strukturodynamik des passiven Systems erfolgen, wobei zur Ermittlung der Einflüsse konstruktionsbedingter Parameter wie bspw. Bauteilgeometrien sich die in Kapitel 2 beschriebene Methodik der varianzbasierten Sensitivitätsanalyse anbietet. Die Auswirkungen von Umgebungsparametern wie z. B. Temperaturunterschieden, Erregungsamplituden können innerhalb einer geeigneten Prüfumgebung unter Verwendung der Verfahren der statistischen Versuchsplanung untersucht werden. Im Folgenden wird die spezifische Vorgehensweise erläutert und die gewonnenen Erkenntnisse werden dargestellt.

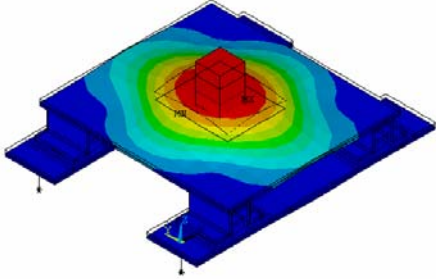
Anwendung einer varianzbasierten Sensitivitätsanalyse

Zielsetzung der hier beschriebenen Untersuchung war eine quantitative Einflussgrößenanalyse geometrischer Parameter auf die Strukturodynamik des Systems. Hierzu wurden 39 mögliche Größen ausgewählt. Als Ausgangsparameter wurden Lage und Amplituden der Resonanzfrequenzen bzw. -moden am Masseblock betrachtet. Zur Reduktion der Anzahl an Variablen wurde zunächst ein Morris Screening durchgeführt. Somit konnten 29 Parameter als irrelevant identifiziert werden. Um numerisch konsistente Ergebnisse zu erzielen, musste eine Samplegröße von mindestens 2000 gewählt werden. Exemplarisch sind in Tabelle 1 die Ergebnisse einer Sensitivitätsanalyse dargestellt, wobei der Einfluss auf die Schwingungsamplitude bei der zweiten Eigenfrequenz des Systems (Bild 4) betrachtet wurde.

Erwartungsgemäß handelt es sich hier bei den zwei Variablen mit dem größten Einfluss um die Lagekoordinaten des Masseblocks. Als dritte dominante Eingangsgröße wurde die Breite der Schienen identifiziert. Auffallend ist, dass die Summe der Haupteffekte sehr viel kleiner als eins ist. Dies bedeutet, dass lediglich 28 Prozent der gesamten Varianz der Ausgangsgröße über lineare Einflüsse zu erklären und ein Großteil durch Kopplungsterme höherer Ordnung bedingt ist. Hier ist anzumerken, dass bspw. der Korrelationskoeffizient als

Bewertungsmaß keinen Parameter als relevant identifiziert hätte, da hierbei lediglich der lineare Zusammenhang zweier Größen bewertet wird.

Tabelle 1: Ergebnisse Sensitivitätsanalyse

 <p>Bild 4: Schwingform bei Resonanzfrequenz 257 Hz</p>	Parameter	Haupteffekt	Totaleffekt
	1	0,15	1,11
	2	0,08	0,65
	3	0,03	0,59
	4-10	0,02	0,11
	Σ	0,28	2,46

Anwendung einer DoE Analyse

Zur experimentellen Bewertung der Einflussgrößen auf die Strukturdynamik wurden für den Entwurf und die Auswertung der Messreihen Verfahren der statistischen Versuchsplanung angewendet. Hierbei wird in einem ersten Schritt ein Ursache-Wirkungs-Diagramm aufgestellt und in unkontrollierbare, konstant gehaltene und Design Faktoren sortiert. Letztere werden tatsächlich im Experiment integriert und den definierten Stufen entsprechend eingestellt. Zur Analyse des Schwingungsverhaltens des passiven Systems wurden vier Einflussgrößen bestimmt, die in Tabelle 2 mit den realisierten Faktorstufen abgebildet sind.

Tabelle 2: Faktoren des passiven Systems und zugehörige Stufen

Faktoren / Stufen	-	0	+
A - Temperatur	22°C	32°C	42°C
B - Masse	1kg	5kg	10kg
C - Erregungsamplitude	0,2g	1,6g	3g
D - Position der Masse	links	zentral	rechts

Als Ausgangsgröße wurden die Beschleunigungsantworten an ausgewählten Punkten des Systems bezogen auf die Beschleunigung der Fußpunkterregung betrachtet. Es wurde ein fraktioneller faktorieller Versuchsplan der Auflösung IV mit zusätzlichen Zentralpunkten aufgestellt. Wesentliche Ergebnisse der Analyse waren, dass weder die Temperaturunterschiede noch die Schwerpunktlage einen relevanten Einfluss auf die Strukturdynamik

ausüben. Sowohl die Masse des zu isolierenden Bauteils als auch die Erregungsamplitude erwiesen sich hingegen als dominant. Aufgrund der starken Temperaturabhängigkeit der Steifigkeits- und Dämpfungseigenschaften der eingesetzten Elastomerdämpfer, die im Vorfeld untersucht wurden, waren derartige Ergebnisse nur bedingt zu erwarten.

4. Zusammenfassung und Ausblick

In diesem Beitrag wurde ein Ansatz zur Identifizierung und Bewertung dominanter Einflussgrößen mit der Zielsetzung einer quantitativen Aussage über die Zuverlässigkeit und Robustheit des untersuchten Designs eines adaptronischen Systems dargestellt. Hierbei wurde ein Schwerpunkt auf die Anwendung neuartiger Verfahren der simulationsbasierten Sensitivitätsanalyse gelegt, da diese zur Untersuchung derartig komplexer Systeme notwendig erscheinen. Als Beispielsystem wurde ein aktives System zur Schwingungsisolation empfindlicher Bauteile im passiven Betrieb betrachtet. Ähnliche Untersuchungen mit implementierter adaptiver Regelstrategie sind Bestandteil laufender Arbeiten.

In zukünftigen Projekten sind Methoden zur Fehlerabschätzung der simulationsbasierten Sensitivitätsanalyse zu entwickeln. Hierzu ist es bspw. notwendig, Fehler des reduzierten Modells quantifizieren bzw. begrenzen zu können. Weiterhin muss die Eignung und Übertragbarkeit der hier verwendeten varianzbasierten Maße untersucht und diese gegebenenfalls weiterentwickelt werden. Es könnten z.B. neue Maße unter Berücksichtigung statistischer Momente höherer Ordnung eingesetzt werden.

5. Danksagung

Die hier beschriebenen Untersuchungen wurden im Rahmen des DFG Projekts *Betriebslastenerfassung und -simulation aktiver Systeme* durchgeführt. Für die Förderung und hierfür bereitgestellten Mittel gilt der Deutschen Forschungsgemeinschaft der Dank der Autoren.

6. Literaturangaben

- [1] Montgomery, D.: Design and Analysis of Experiments, Sixth Edition. USA: John Wiley & Sons 2006
- [2] Kleppmann, W.: Taschenbuch Versuchsplanung – Produkte und Prozesse optimieren, 4. Auflage. München: Carl Hanser Verlag 2006
- [3] Saltelli, A. et al.: Global Sensitivity Analysis – The Primer. Chichester, England: John Wiley & Sons 2008

- [4] Saltelli, A. et al.: Sensitivity Analysis in Practice. Chichester, England: John Wiley & Sons 2004
- [5] Morris, M. D.: Factorial Sampling Plans for Preliminary Computational Experiments. *Technometrics* 33 (1991), S. 161-174
- [6] Anscombe, F. J.: Graphs in statistical analysis. *American Statistician* 27 (1973), S. 17-21
- [7] Sobol', I. M.: Sensitivity estimates for nonlinear mathematical models. *Mathematical Modeling and Computational Experiments* 1 (1993), S. 407-414
- [8] Cukier, R. et al.: Nonlinear sensitivity analysis of multiparameter model systems. *Journal of Computational Physics* 26 (1978), S. 1-42
- [9] Tarantola, S. et al.: A new estimator for sensitivity analysis of model output. *Reliability Engineering & System Safety* 91 (2006), S. 1135-1141
- [10] Joint Research Centre of the European Commission: SimLab 3.1 Simulation Environment for Uncertainty and Sensitivity Analysis, 2006
- [11] OptiY e.K.: OptiY Vers. 3.1. Multidisziplinäre Analyse und Optimierung, 2008
- [12] Wolf, K. et al.: Performance Assessment of an Active Noise Reduction System. *ASME ESDA Conference 2008*, ESDA2008-59555
- [13] Guyan, J.: Reduction of stiffness and mass matrices. *AIAA Journal* 3 (1965), S. 380
- [14] Bai, Z.: Krylov subspace techniques for reduced-order modelling of large-scale dynamical systems. *Applied Numerical Mathematics* 43 (2002), S. 9-44
- [15] Rudnyi E. B., Korvink J. G.: Model order reduction for large scale engineering models developed in Ansys. *Springer Lecture Notes in Computer Science* 3732 (2006), S. 349-356