

# Zuverlässigkeit in der virtuellen Produktentwicklung

Dr.-Ing. The-Quan Pham, Siemens VDO  
 Dr.-Ing. Alfred Kamusella, TU Dresden

Die Streuungen technischer Systeme führen häufig zum Versagen. Diese Problematik ist in ihrer Komplexität in der Entwurfsphase sehr schwierig zu erfassen und tritt oft erst in der Serienfertigung und im Einsatz zu Tage. Mit modernen Optimierungstools lassen sich die Aspekte wie Zuverlässigkeit und Robustheit des Systems bereits in der Entwurfsphase untersuchen und optimieren. Man gewinnt damit optimale Produktparameter, mit denen die Funktionssicherheit trotz aller Streuungen gewährleistet ist.

## Einleitung

Eigenschaften technischer Systeme streuen in der Realität. Durch Prozessunsicherheit, Fertigungsungenauigkeit, Umgebungseinflüsse, Alterung und Verschleiß bleiben die Systemparameter und Eingangsgrößen nicht konstant, sondern sind toleranzbehaftet. Das kann zu starken Schwankungen des Systemverhaltens und damit zum Versagen führen. Diese Problematik ist in ihrer Komplexität in der Entwurfsphase sehr schwierig zu erfassen und tritt oft erst in der Serienfertigung und im Einsatz zu Tage.

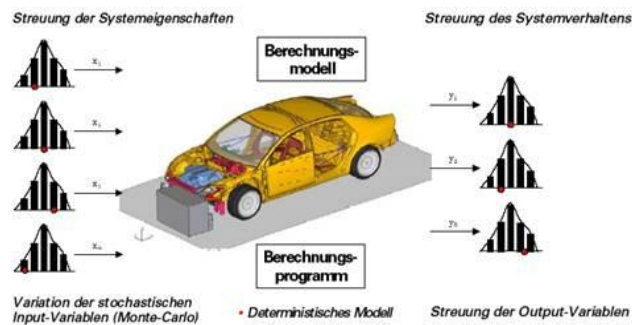


Abb. 1: Systemstreuungen

Moderne Simulations- und Optimierungssoftware ermöglichen die Berücksichtigung dieser unvermeidlichen System-Streuungen bereits in der Entwurfsphase. Die Grundlage hierfür bieten Toleranz-Simulationen. Im Unterschied zur Nennwert-Simulation, welche das „ideale“ Exemplar des modellierten Systems berechnet, behandelt die Toleranz-Simulation jeweils eine Stichprobe mit allen zu berücksichtigenden Streuungen.

## Definition der Systemzuverlässigkeit

Die Streuungen der Systemparameter und Eingangsgrößen führen zu Schwankungen des Systemverhaltens und damit von Ausgangsgrößen. Die Erfüllung der Systemfunktion ist dadurch definiert, dass keine Restriktionen des Optimierungsmodells verletzt werden. Wenn  $F$  die Restriktionsgrößen sind,  $F_u$  und  $F_o$  jeweils die Unter- und Obergrenzen der Restriktionen sind, dann gilt für alle Restriktionsgrößen:

$$\begin{array}{ll}
 F_u \leq F \leq F_o & \text{System ist zuverlässig} \\
 F < F_u \text{ oder } F > F_o & \text{System versagt}
 \end{array}$$

Auch wenn die Nennwert-Simulation eine Erfüllung der Funktion zeigt, kann es durch die Toleranzen zur Verletzung von Restriktionen kommen. Die Systemzuverlässigkeit ist dann bei der real existierenden Schwankungsbreite der Ist-Werte nicht gewährleistet. Ein gewisser Anteil der Ist-Werte der Restriktionsgrößen wird also die Grenzen überschritten. Man spricht von einer *Versagenswahrscheinlichkeit*. Im diskreten Fall ist die Versagenswahrscheinlichkeit der Quotient aus der Anzahl der Modelldurchrechnungen mit Restriktionsverletzungen zu der gesamten Anzahl der Modelldurchrechnungen der betrachteten Stichprobe.

## Toleranz-Simulation

Stand der Technik für auf dem Markt verfügbaren Softwaresysteme ist die Monte-Carlo-Simulation zur Nachbildung einer Stichprobe:

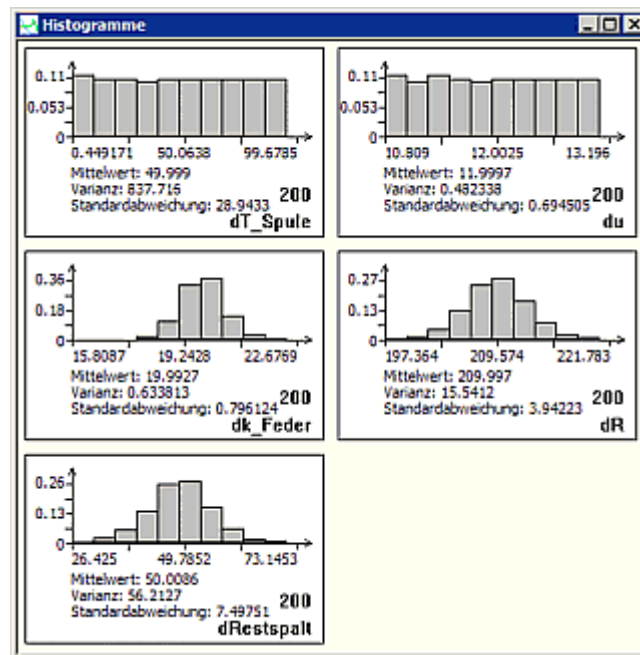


Abb. 2: Histogramm-Darstellung von Toleranzgrößen

Für jede innerhalb der Stichprobe generierte Parameter-Kombination der toleranzbehafteten Parameter und Eingangsgrößen wird eine Modell-Berechnung durchgeführt. Im Ergebnis dieser Stichproben-Behandlung erkennt man, in welchem Maße Restriktionen innerhalb der Stichprobe verletzt werden:

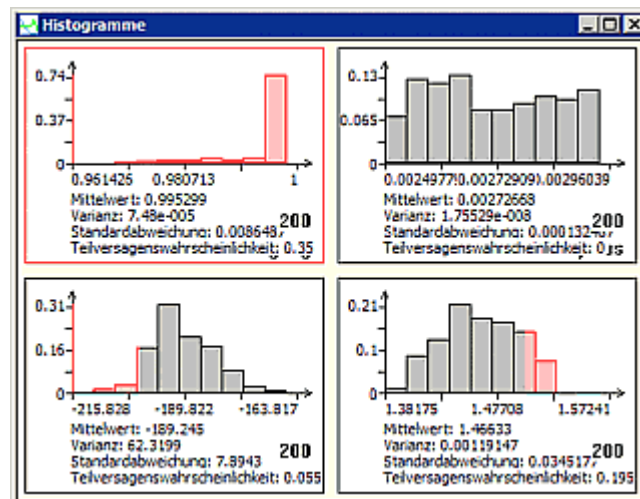


Abb. 3: Histogramm-Darstellung von Restriktionsgrößen

Die Diagramme dieses Abschnitts entstammen der Toleranz-Simulation für einen Elektro-Magneten. Berücksichtigt werden sowohl Fertigungstoleranzen als auch Streuungen der Betriebsbedingungen.

In welchem Maße der veränderbare Wert einer Toleranzgröße einen Einfluss auf den Wert einer Restriktionsgröße ausübt, wird aus den Möglichkeiten der Korrelationsdarstellungen ersichtlich:

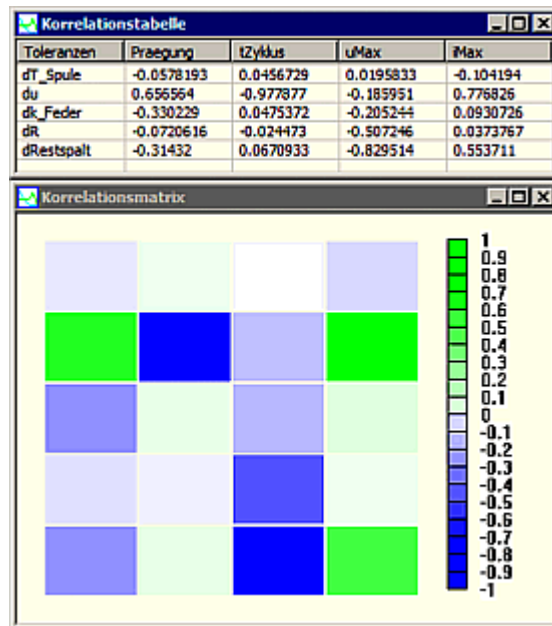


Abb. 4: Korrelationstabelle und -matrix

Ein betragsmäßig großer Wert der Korrelation repräsentiert einen starken funktionalen Zusammenhang zwischen einer Toleranzgröße und der zugehörigen Restriktionsgröße. Dies zeigt sich im Anthill-Plot in Form eines relativ schmalen „Punkteschlauchs“:

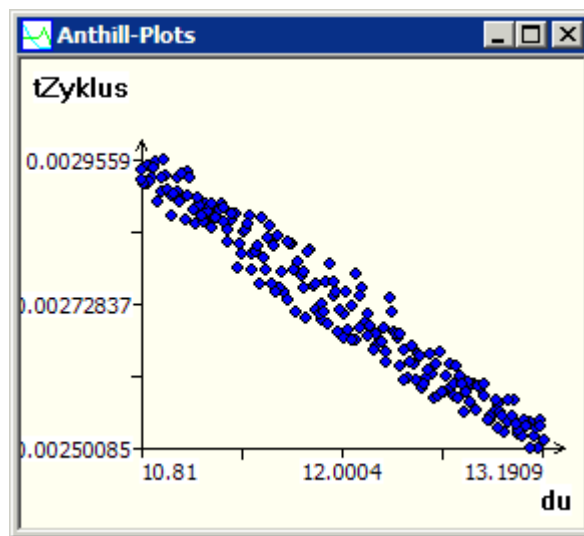


Abb. 5: Anthill-Plot – starke Korrelation

Die Breite dieser Punktwolke wird durch die übrigen Toleranzgrößen bestimmt. Gibt es in der Stichprobe praktisch keinen Zusammenhang zwischen einer Toleranzgröße und einer Restriktionsgröße (Koeffizient fast Null), so erstreckt sich die Punktwolke gleichmäßig über den gesamten Anthill-Plot:

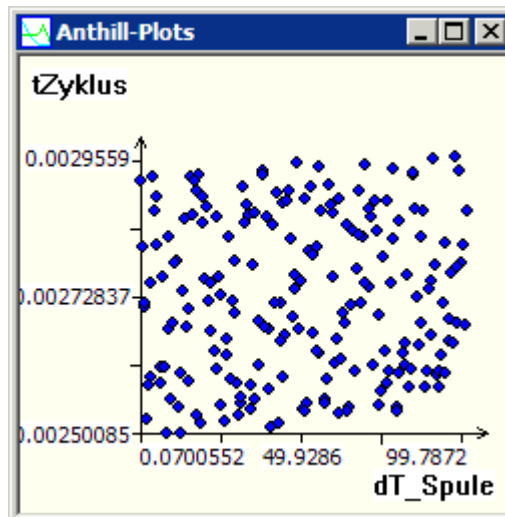


Abb. 6: Anthill-Plot – keine Korrelation

Der Nachteil dieses statistischen Verfahrens liegt in dem riesigen Rechenaufwand zur Berechnung einer repräsentativen Stichprobe. Die Anzahl der erforderlichen Modelldurchrechnungen steigt exponential zu der Anzahl der Toleranzen. Das kann zur Zeit nur mit teuren Hochleistungsrechnern oder Rechner-Clustern bewältigt werden, die aber nicht für jeden Entwurfsarbeitsplatz verfügbar sind.

Eine wichtige Zielstellung in Hinblick auf die Erhöhung der Produktqualität ist die Nutzbarkeit moderner Optimierungsverfahren an jedem „normalen“ Arbeitsplatz-PC. Einen Ausweg bieten analytische Verfahren, welche im Vergleich zur Monte-Carlo-Simulation die Berechnung einer Stichprobe mit relativ wenigen Modelldurchläufen realisieren.

Ein Beispiel für solch ein Verfahren zur Toleranz-Simulation ist die *Second Order Analysis*. Man nennt dieses Verfahren auch Toleranzanalyse zweiter Ordnung. Das Prinzip basiert auf der Zerlegung einer Funktion  $f(\underline{x})$  in eine Taylor-Reihe zweiter Ordnung:

$$f = f_0 + \sum_{j=1}^n \frac{\partial f}{\partial x_j} (x_j - x_{j0}) + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^n \frac{\partial^2 f}{\partial x_j^2} (x_j - x_{j0})^2 + \sum_{j=1}^{n-1} \sum_{k=j+1}^n \frac{\partial^2 f}{\partial x_j \partial x_k} (x_j - x_{j0})(x_k - x_{k0})$$

Bei der *Second Order Analysis* handelt sich um ein numerisches Verfahren zur Berechnung der Verteilungsfunktionen von Ausgangsgrößen aus den Verteilungsfunktionen von Eingangsgrößen. Die zentralen Momente der Ausgangsgrößen (Erwartungswert, Varianz, Schiefe und Überhöhung) werden näherungsweise aus den Momenten der Eingangsgrößen berechnet. Aus den ermittelten Momenten werden anschließend die Verteilungen der Ausgangsgrößen approximiert.

Für die Ermittlung dieser Taylorreihen-Ersatzfunktionen ist eine Anzahl von Modelldurchrechnungen im Sinne einer Abtastung des Systems erforderlich. Die Anzahl dieser Abtastschritte beträgt  $2n^2+1$ , wobei  $n$  die Zahl der Toleranzgrößen ist.

Das Verfahren arbeitet sehr genau. Die Ergebnisse bei 4 Toleranzen sind vergleichbar mit einer Monte-Carlo-Simulation bei einer Stichprobengröße von 100.000.

Im Ergebnis solcher analytischer Verfahren stehen die Verteilungen der Toleranz- und Restriktionsgrößen als Funktionsverläufe zur Verfügung:

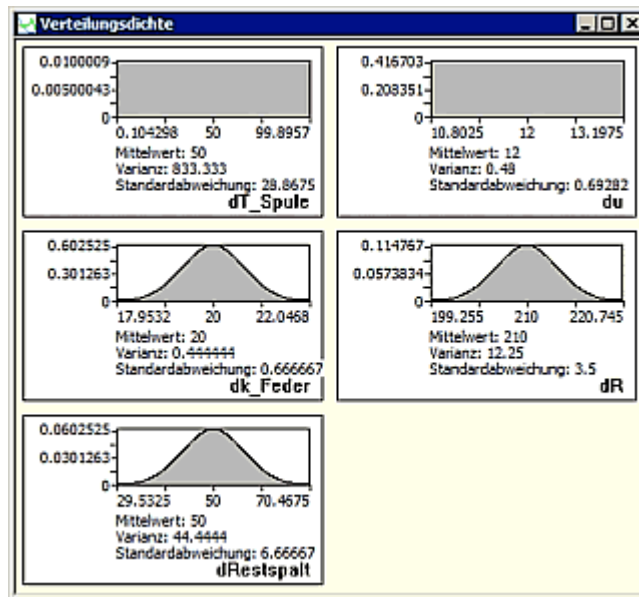


Abb. 7: Verteilungsdichten der Toleranzgrößen

Die Teilversagenswahrscheinlichkeiten zeigen, in welchem Maße die einzelnen Restriktionsgrößen innerhalb der Stichprobe von Restriktionsverletzungen betroffen sind:

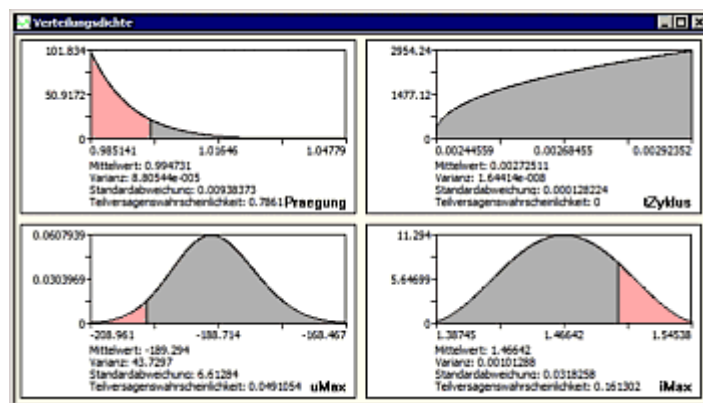


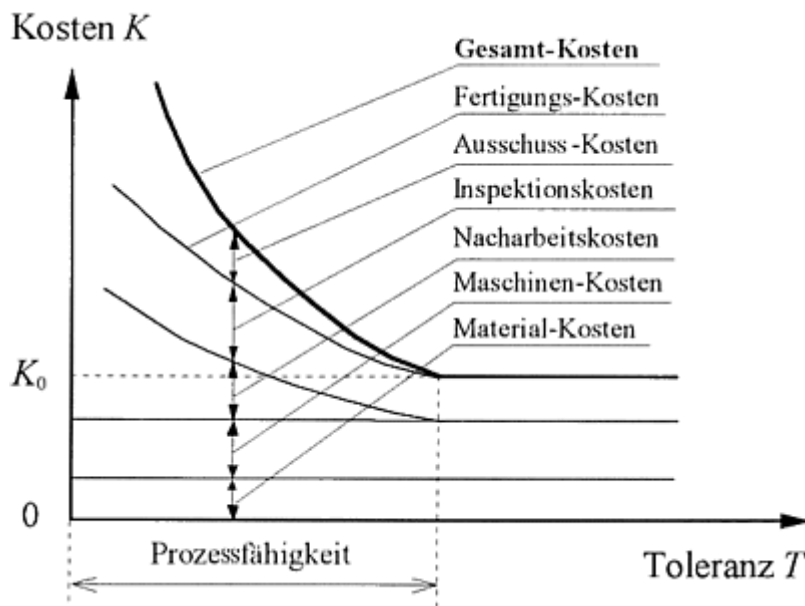
Abb. 8: Verteilungsdichten der Restriktionsgrößen

Zusätzlich wird auch der Wert der Gesamtversagenswahrscheinlichkeit als ein Ergebnis der Toleranz-Simulation berechnet.

## Toleranz-Optimierung

Da die *Second Order Analysis* ohne Zufallszahlen arbeitet, ist dieses Verfahren numerisch stabil und erlaubt damit auch eine schnelle Optimierung unter Einbeziehung von Toleranzgrößen. Mit der Toleranz-Optimierung kann man unterschiedliche Zielrichtungen verfolgen:

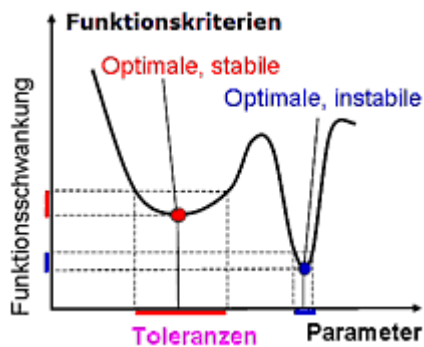
- Toleranz-Maximierung (Kosten-Minimierung):



- Zu gegebenen Nennwerten werden die optimalen Toleranzen gesucht.
- Alle Forderungen erfüllt bei minimalen Gesamtkosten (Ausschussquote=0)

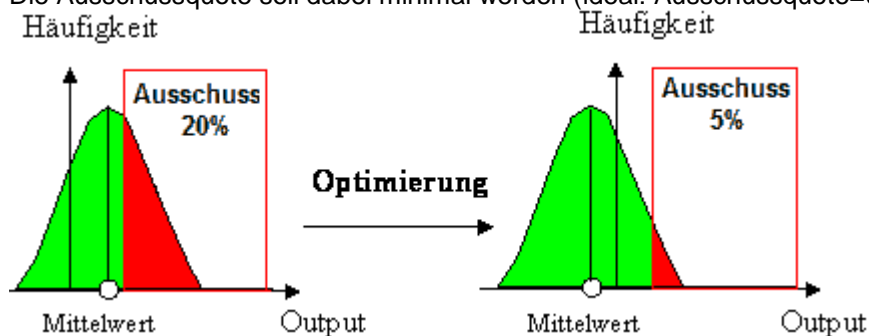
- Robust-Optimierung:

- Die Fertigungstoleranzen sind vorgegeben.
- Dabei soll die Ausschussquote=0 sein.
- Gesucht werden die Nennwerte für eine minimale Streuung des Verhaltens, d.h. kleine Änderungen der Inputgrößen sollen zu möglichst kleinen Änderungen der Output-Größen führen.



- Minimierung der Ausschussquote:

- Bei gegebenen Fertigungstoleranzen werden die optimalen Nennwerte gesucht.
- Die Ausschussquote soll dabei minimal werden (ideal: Ausschussquote=0)



## Beispiel: Elektro-Magnet:

Im Rahmen einer studentischen Übung im Fach „Konstruktionstechnik“ wurde an der TU Dresden der Elektro-Magnet für den Nadel-Antrieb eines Blindenschrift-Prägers optimiert (Siehe: [Übungsanleitung](#)).

Die Nennwert-Optimierung ohne Berücksichtigung von Toleranzen führte zu optimalen Parametern für die gewünschte kurze Zykluszeit.

Allerdings zeigte eine anschließende Toleranz-Simulation, dass mit diesen Nennwerten bei den praktisch wirksamen Toleranzgrößen eine sehr große Versagenswahrscheinlichkeit zu erwarten war.

Erst die Minimierung der Versagenswahrscheinlichkeit mittels Toleranz-Optimierung führte zu Nennwerten einer stabilen Lösung trotz der vorhandenen Toleranzen.

In der folgenden Abbildung ist der Verlauf dieser Optimierung dargestellt. Ausgehend von der großen Versagenswahrscheinlichkeit vergrößert das Optimierungsverfahren zielgerichtet die Windungszahl und strebt dann eine weichere Rückholfeder und einen etwas kleineren Durchmesser für den Magnet-Anker an:

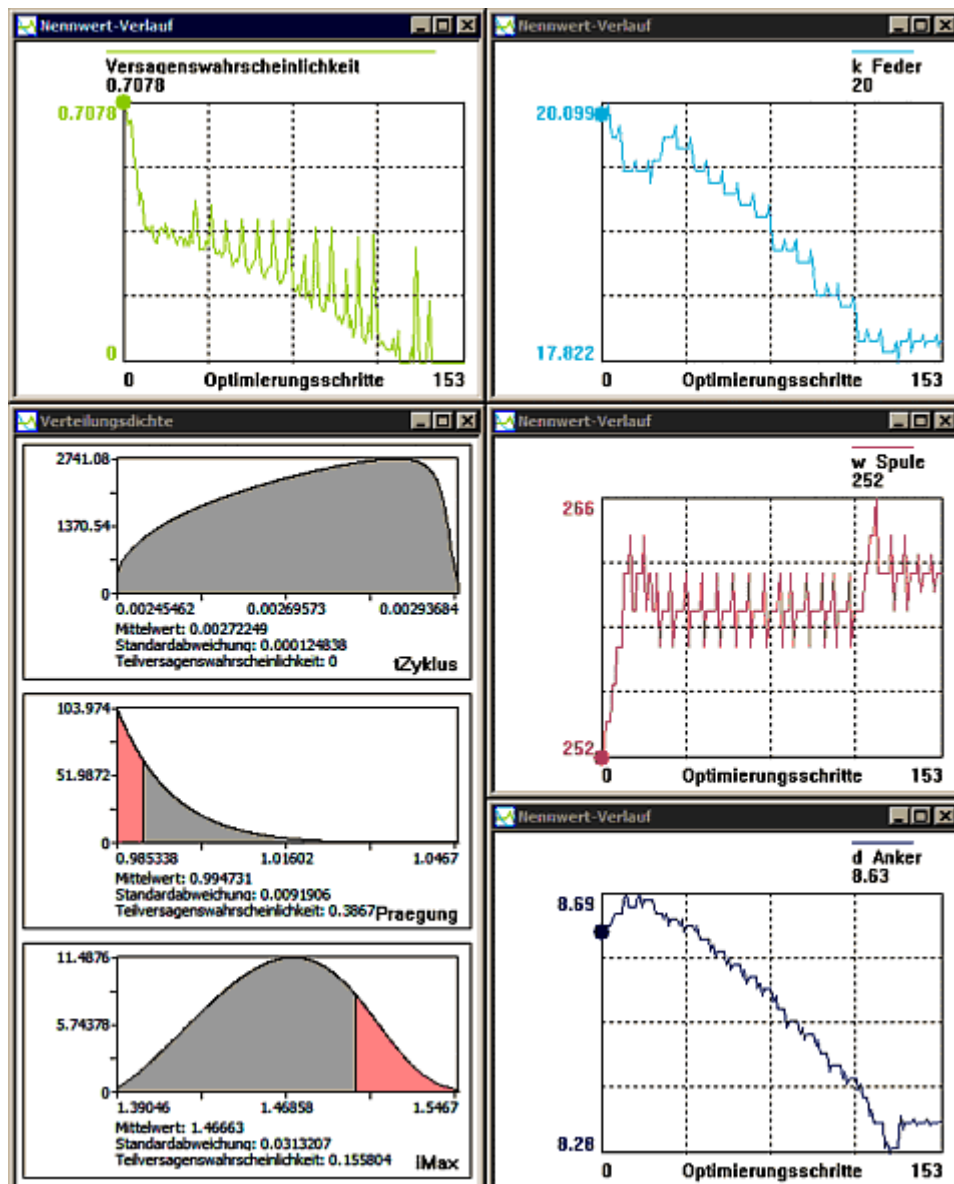


Abb. 9: Verlauf einer Toleranzoptimierung (Minimierung Ausschussquote)

Die Software ([SimulationX](#) und [OptiY](#)) für das Nachvollziehen der beschriebenen Experimente ist jeweils als Demo-Version frei verfügbar.

## Ausblick

Sowohl die PC-Hardware als auch die Software (Simulationssysteme und Optimierungstools) haben ein Niveau erreicht, das die Einbeziehung von toleranzbedingten Zuverlässigkeitsaspekten in den rechnerunterstützten Entwurfsprozess auf breiter Front ermöglicht.

Moderne Optimierungstools wie OptiY sind in der Lage, über Prozessbeschreibungen mittels Workflow-Editor unterschiedlichste Simulationssysteme einzubinden und miteinander zu verknüpfen (z.B. auch CAD- und FEM-Programme):

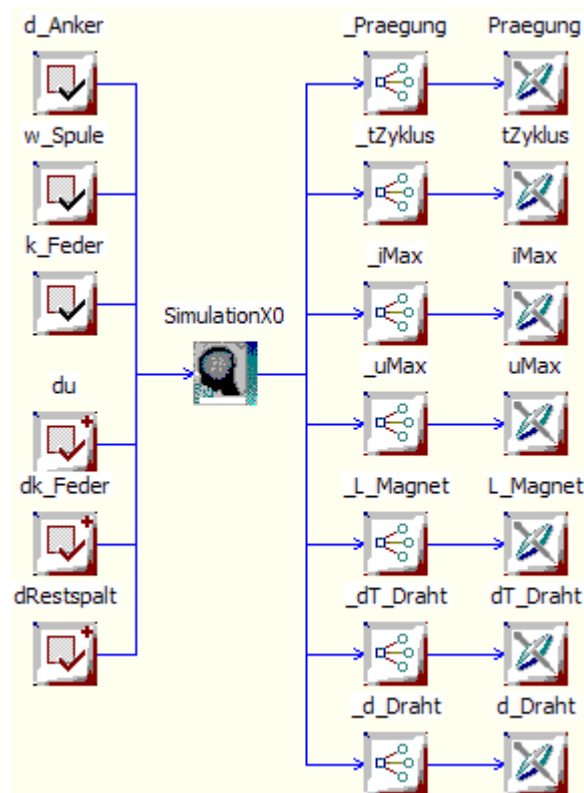


Abb. 10: OptiY-Workflow für Magnet-Optimierung mit SimulationX-Modell

Damit bleiben die Möglichkeiten der Optimierung nicht auf wenige Fachbereiche beschränkt. Es liegt in der Verantwortung der Entscheidungsträger, rechtzeitig auf den anfahrenden Zug aufzuspringen.

## Quellen:

- [1] The-Quan Pham, OptiY - Dokumentation und Demo-Version ([www.optiy.de](http://www.optiy.de))
- [2] Alfred Kamusella, Simulation und Optimierung eines Magnetantriebes ([Übungsanleitung](#))  
TU Dresden, Institut für Feinwerktechnik und Elektronik-Design, 2006 ([www.ifte.de](http://www.ifte.de))